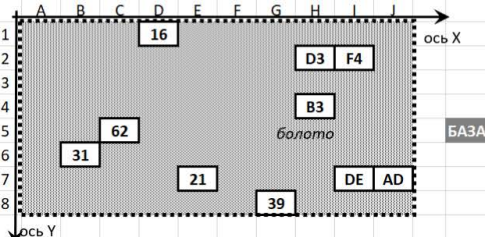
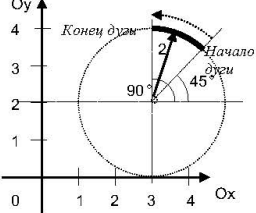
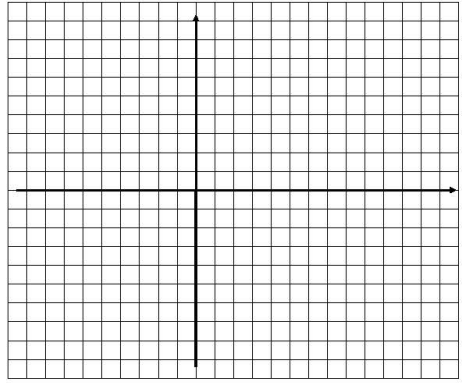


Шифр 11-6-6



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный тур 2020 г.
11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	На каждой грани куба написано одно натуральное число больше единицы. Для каждой вершины Ваня посчитал произведение чисел, написанных на гранях, которым принадлежит эта вершина. Сумма всех посчитанных произведений оказалась равна 435. Найдите сумму чисел, написанных на гранях куба.		10
2	Найдите наименьшее значение выражения $F = x^2 + y^2 + 18x + 12y$, если переменные x и y удовлетворяют неравенству $ x - 4 + y - 9 \leq 2$.		15
3	Из множества пятизначных чисел, записанных следующими пятью цифрами 2, 3, 4, 5, 5, наудачу выбирают одно число. Найдите вероятность того, что оно не делится нацело на 4.		25
4	При передаче секретной числовой информации количеством N цифр отправитель посылает получателю $N+1$ десятичное число. Согласно принятой схеме шифрования первое десятичное число является базовым для расшифровки. Прочие N чисел – числа-фильтры, которые позволяют сформировать цифры числа-результата. Все числа преобразуются в двоичный код. Для получения цифр числа результата используются числа-фильтры, определяя значимую часть передаваемой секретной информации: 0 в разряде числа-фильтра - означает, что данный бит базового числа следует игнорировать; 1 в разряде числа-фильтра означает, что данный бит базового числа формирует результат. Например, последовательность чисел «134 224 14 7» передает число 436. Определите, какое число в десятичной системе счисления передано с использованием данной схемы кодирования, если была отправлена следующая информация: 249 14 224 28		10
5	Робот Лягушка перемещается в соответствии с инструкциями, закодированными в двоичной системе счисления. Каждая инструкция длиной 8 бит: первый бит определяет направление прыжка по оси X (0 - по оси X , 1 - против оси X); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках; пятый бит определяет направление прыжка по оси Y (0 - по оси Y , 1 - против оси Y); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках. На кочках заданы инструкции для робота Лягушка; на рисунке они записаны в шестнадцатеричном коде. Кочки на рисунке изображены белыми прямоугольниками; имена кочек складываются из букв английского алфавита по оси X и цифры по оси Y ; серый фон - болото. Определите кочку, единственным исправлением инструкции на которой роботу Лягушке обеспечивается благополучное возвращение на базу с любой		15

	кочки болота. В ответе укажите имя кочки и новую инструкцию в шестнадцатеричном коде, которая должна быть на ней написана. 		
6	Робот Циркуль имеет возможность рисовать любые фигуры на координатной плоскости, состоящие из дуг, с помощью команды $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$. По команде $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$ Циркуль рисует дугу окружности с радиусом r, центр которой имеет координаты (x,y), начало и конец дуги определяются углами градусной меры $u1$ и $u2$ соответственно. Ось абсцисс соответствует углу ноль градусов. Дуга рисуется от начала до конца против часовой стрелки. Например, команда $\text{arc}(3, 2, 45, 90, 2)$ приведет к рисованию следующей фигуры:  Команда <code>cycle k (<список команд>)</code> позволяет повторять список команд, указанный в скобках, k раз. Циркуль умеет работать с целочисленными переменными (тип переменных не объявляется). Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «=»; например, для переменной s $s=<\text{новое значение}>$, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «+», «-», «/», «*». Изобразите, что нарисует Циркуль согласно следующей программе: <pre> u = 0 r = 4 du = 45 cycle 3 (x = -4 cycle 4 (cycle 2 (arc(x, 0, u - du, u + du, r) u = u + 180 x = x + 6) x = x - 8) r = r + 1 du = du + 8) </pre> 		25

Задание №1

Пусть на гранях куба написаны натуральные числа a, b, c, d, e, f . Тогда произведения, которые получил Ваня это $abc, acd, ade, ave, fbc, fed, fde, fve$ (не учитывая общности, грани с числами a, f, b, d, c, e не имеют общих рёбер)

Тогда сумма этих произведений равна $S = abc + acd + ade + ave + fbc + fed + fde + fve = (a+f)(bc + cd + de + ve) = (a+f)(b+d)(c+e) = 435 = 3 \cdot 5 \cdot 29$

Т.к. каждое из чисел a, b, c, d, e, f больше единицы, то $a+f \geq 2, b+d \geq 2, c+e \geq 2$. Кроме того суммы $(a+f), (b+d), (c+e)$ есть натуральные числа, произведение которых единственным образом раскладывается на произведение трёх простых чисел 3, 5 и 29 (основная теорема арифметики). Значит, суммы $(a+f), (b+d)$ и $(c+e)$ в некотором порядке равны числам 3, 5, 29. Тогда $a+f+b+d+c+e = 3+5+29 = 37$

Ответ: 37

Задание №2

В прямоугольной системе координат (x, y) неравенство $|x-4| + |y-9| \leq 2$ задаёт квадрат с вершинами в точках $(4; 7), (2; 9), (4; 11), (6; 9)$

$$F = x^2 + y^2 + 18x + 12y = (x+9)^2 - 81 + (y+6)^2 - 36 = (x+9)^2 + (y+6)^2 - 117$$

Наименьшее значение F достигается при наименьшем значении выражения $H = (x+9)^2 + (y+6)^2$, которое равно радиусу окружности Γ с центром в точке $(-9; -6)$, взятому в квадрате.

Следовательно, надо найти наименьшее расстояние от $\Gamma(-9; -6)$ до точки, принадлежащей вышеупомянутому квадрату. Очевидно, что эта точка должна принадлежать отрезку с вершинами B и $C(4; 7), (2; 9)$. Пусть эта точка имеет координаты $(x_0; y_0)$

Тогда $r = \sqrt{(x_0+9)^2 + (y_0+6)^2}$. Если $a+b = const$, то наименьшее значение a^2+b^2 достигается при $a=b$

Значит, ~~мин~~ мин. знач. r^2 достигается при $x_0+9 = y_0+6$, но $x_0+y_0 = 11$ (т.к. т. на стороне квадрата), то $x_0 = 4, y_0 = 7$. Следовательно, $F_{\min} = 13^2 - 117 = 338 - 117 = 221$

Ответ: 221

Задание 3

Васильева Анна Дмитриевна

класс 11-6-6
лист 2/4

Число делится на 4, когда число, образованное двумя последними ~~цифрами~~ цифрами исходного числа делится на 4

Из двузначных чисел, которые можно составить из цифр 2, 3, 4, 5, 5 на 4 делится только 24, 32, 52

Пятизначных чисел из цифр 2, 3, 4, 5, 5, оканчивающихся на 24, 32 или 52, можно записать $\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! = 12$

Всего из этих цифр можно записать $\frac{5!}{2!} = 60$ чисел

Значит, из них не делится на 4 $60 - 12 = 48$ чисел

Вероятность равна $\frac{48}{60} = \frac{4}{5} = 0,8$

Ответ: 0,8

Задание ~4

Нам было отправлено 4 числа, значит, закодировано трёхзначное число

Переведём числа в двоичный код:

$$249 = 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 1 = \overset{7}{1}\overset{6}{1}\overset{5}{0}\overset{4}{1}\overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{1}{0}\overset{0}{1}_2$$

$$14 = 8 + 4 + 2 = 00001110_2$$

$$224 = 128 + 64 + 32 = 11100000_2$$

$$28 = 16 + 8 + 4 = 00011100_2$$

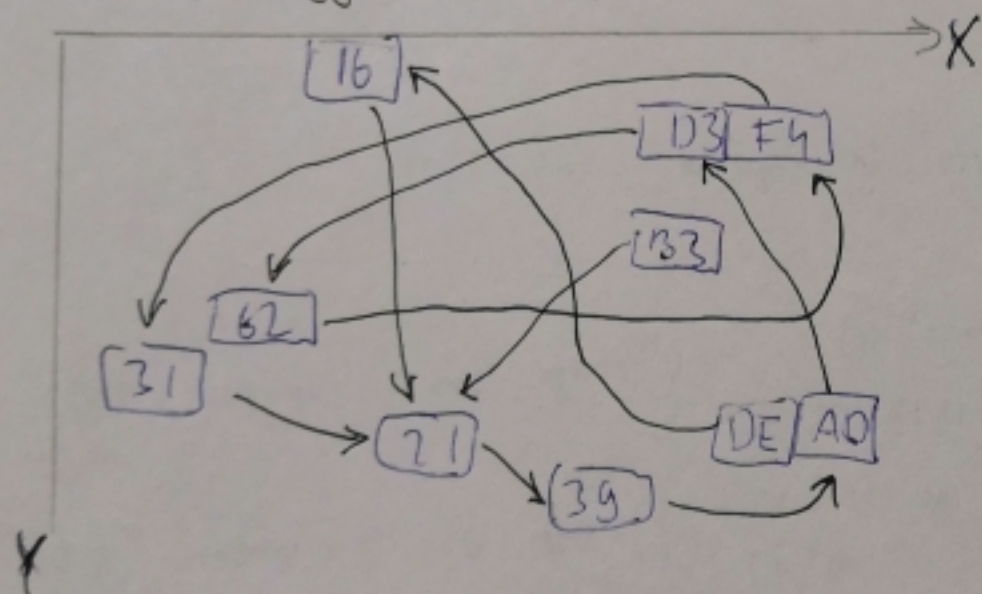
Значит, цифры закодированного числа равны $100_2 = 4$, $110_2 = 6$, $110_2 = 6$.

Было передано число 466

Ответ: 466

Задание ~5

Следуя инструкциям на каждой кочке, получим, что лягушка перемещалась по болоту следующим образом.

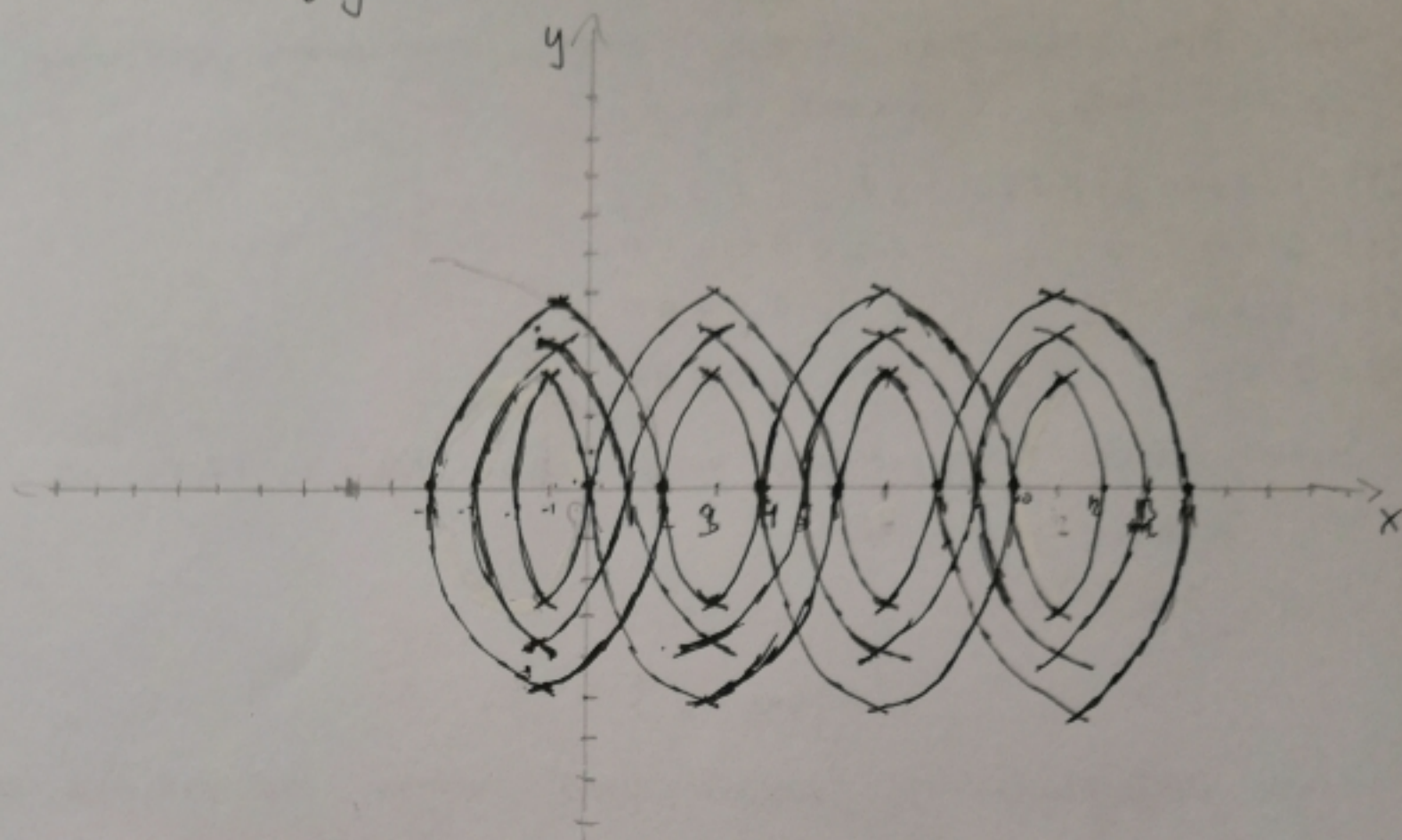


Заметим, что с любой кочки болота лягушка может попасть на кочку E7 (без использования инструкции на ней)

Значит, достаточно исправить инструкцию на этих кочках, так, чтобы с неё лягушка попадала на базу.

Если надо сдвинуться на 7 клеток по X и на 2 клетки против Y, тогда инструкция выглядит так: $01111010_2 = 7A$

Ответ: кочка E7, новая инструкция 7A



Смоделируем работу программы

внешн. цикл.	внутр. цикл.	команды (вместо π берётся $\pi \% 360$)
0	0	0
1	1	arc(-4, 0, 0-45°, 0+45°, 4)
1	1	arc(2, 0, 180-45°, 180+45°, 4)
	2	arc(0, 0, 0-45°, 0+45°, 4)
	2	arc(6, 0, 180-45°, 180+45°, 4)
	3	
	4	arc(12, 0, 180-45°, 180+45°, 4)
2	1	arc(-4, 0, 0+53°, 0-53°, 5)
	1	arc(-4, 0, 180-53°, 180+53°, 5)
3	1	arc(-4, 0+61°, 0-61°, 6)

Выясним закономерности, что внутренний цикл рисует две дуги, средний дублирует эти дуги 4 раза, внешний увеличивает угол и радиус дуг 3 раза.
Ответ: картинка в верхней части листа схематично изображает нарисованную циркулем фигуру